

الوحدة الرابعة تطابق المثلثات



HL ← نظرية
AAS ←

SSS ← مسطمان
SAS ←
ASA ←

SSS ← ثلاثة أضلاع

SAS ← ضلعان وزاوية

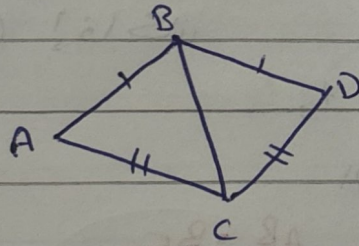
ASA ← زاويتان وضلع

AAS ← زاويتان وضلع

HL ← وتر و ضلع

Ex

①



أثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle BDC$

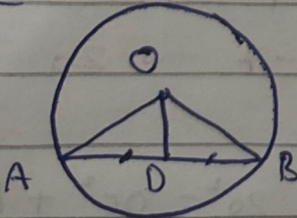
$AB \cong BD$ معطى

$AC \cong CD$ معطى

BC مشترك

$\triangle ABC \cong \triangle BDC$ SSS

②



أثبت أن $\angle A \cong \angle B$

$\triangle AOD \cong \triangle BOD$??

$OA \cong OB$

انصاف
أقطار

$AD \cong DB$

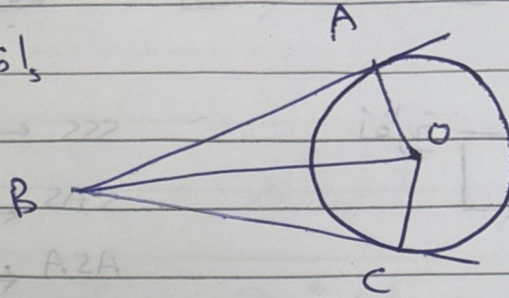
معطى

OD مشترك

$\triangle AOD \cong \triangle BOD$ SSS

نتيجة تطابق

إذا علمت أن $AB \cong BC$



① أثبت أن $\triangle ABO \cong \triangle CBO$

معطى $AB \cong BC$

المضاف افتراض $AO \cong OC$

خط مشترك BO

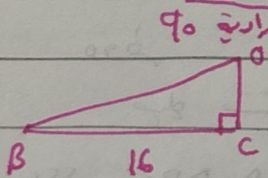
$\triangle ABO \cong \triangle CBO$ SSS

$$BC = 3x + 7 \quad AB = 5x + 1$$

② إذا كان

و $BO = 9x - 7$ ، اوجد x و AB و BC

ان OC نصف قطر BC



$$AB = BC$$

$$5x + 1 = 3x + 7$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$BC = 3(3) + 7 = 9 + 7 = 16$$

$$BO = 9(3) - 7 = 20$$

$$r = OC = \text{نصف القطر}$$

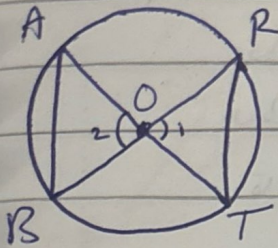
$$OB^2 = OC^2 + BC^2 \Rightarrow 20^2 = OC^2 + 16^2$$

$$\Rightarrow OC^2 = 400 - 256 = 144$$

$$\Rightarrow OC = 12$$

من هنا نعلم

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2 = \pi (12)^2 = 144\pi$$



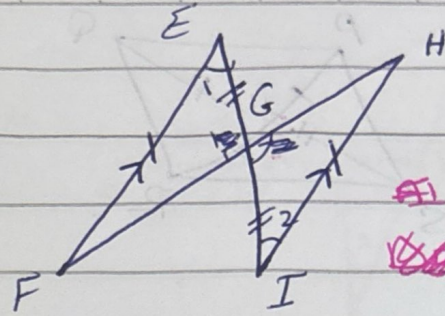
أثبت أن $\triangle AOB \cong \triangle ROT$

المعطيات $OA \cong OR$

المعطيات $OB \cong OT$

المعطيات $\angle 1 \cong \angle 2$

$\triangle AOB \cong \triangle ROT$ SAS



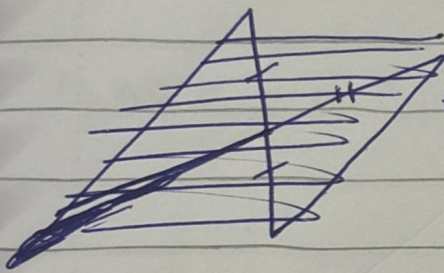
أثبت أن $\triangle EFG \cong \triangle IHG$

المعطيات $EF \cong IH$

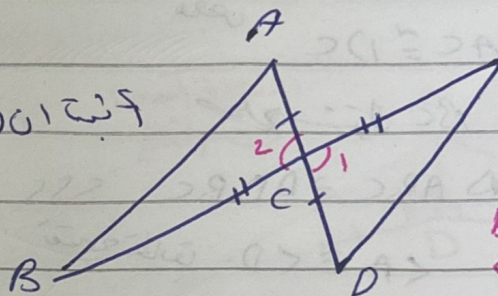
المعطيات $EG \cong IG$

المعطيات $\angle 1 \cong \angle 2$

$\triangle EFG \cong \triangle IHG$ SAS



أثبت أن $AB \cong ED$



أثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle DEC$

المعطيات $AC \cong EC$

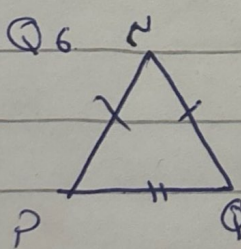
المعطيات $BC \cong DC$

المعطيات $\angle 1 \cong \angle 2$

المعطيات $\triangle ABC \cong \triangle DEC$

المعطيات $AD \cong ED$ SAS

أثبت أن $NP \cong SR$

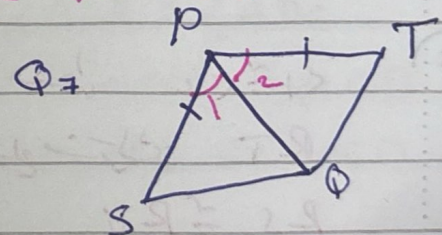


$NP \cong SR$

المعطيات $NQ \cong SR$

المعطيات $PQ \cong RQ$

$\triangle NPQ \cong \triangle SRQ$ SAS



المعطيات $\angle 1 \cong \angle 2$

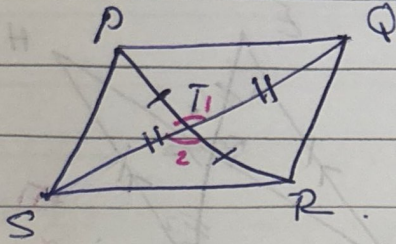
المعطيات $PQ \cong SQ$

المعطيات $PS \cong ST$

$\triangle PQT \cong \triangle SQT$

SAS

(8)



$$PT \cong TR \quad \text{معط}$$

$$QT \cong TS \quad \text{معط}$$

$$\angle 1 \cong \angle 2 \quad \text{تقابل بالزاوية}$$

$$\triangle PQT \cong \triangle RST$$

$$SAS$$

(9)

??

$$\angle D \cong \angle A$$

∴

$$\triangle ABC \cong \triangle DBC$$

$$AB \cong DB$$

$$AC \cong DC$$

ضلع مشترك BC

$$\triangle ABC \cong \triangle DBC \quad SSS$$

$$\angle A \cong \angle D \quad \text{تساوي تطابق}$$

(14)

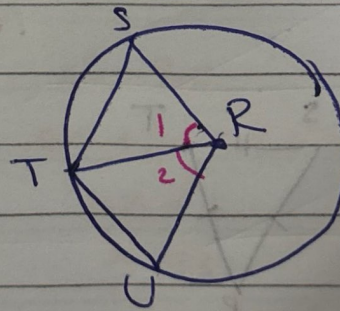
$$\angle 1 \cong \angle 2 \quad \text{معط}$$

RT ضلع مشترك

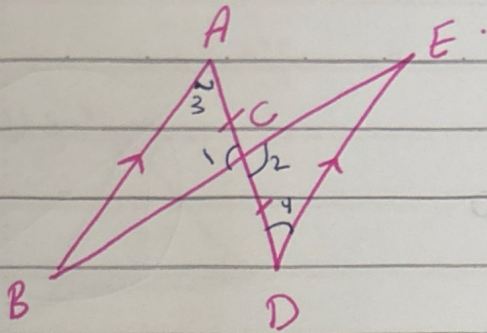
$$RS \cong RU$$

انصاف

انظار



$$\triangle TRS \cong \triangle TRU \quad SAS$$



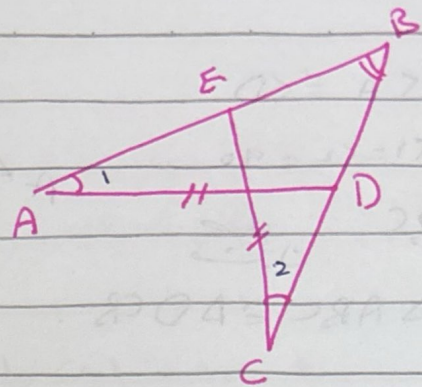
أثبت أن

$$\triangle ABC \cong \triangle DEC$$

$$AC \cong CD$$

$$\angle 1 \cong \angle 2$$

$$\angle 3 \cong \angle 4$$



$$\triangle ECB \cong \triangle ADB$$

$$\angle 1 \cong \angle 2$$

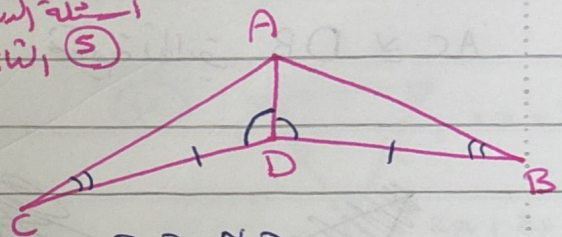
$$\angle B$$

$$EC \cong DA$$

$$\triangle ECB \cong \triangle ADB \text{ AAS}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEC \text{ ASA}$$

المعطى
زاوية مشتركة
معطى

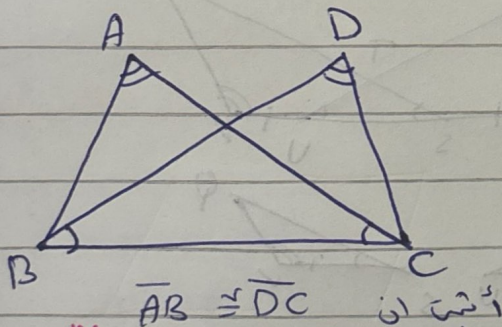


$$DB \cong DC$$

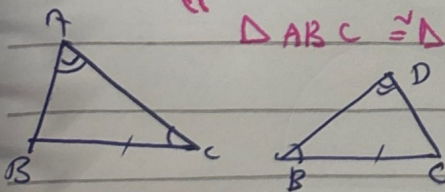
$$\angle ADB \cong \angle ADC$$

$$\angle ABD \cong \angle ACD$$

$$\triangle ABD \cong \triangle ACD \text{ ASA}$$



$$\triangle ABC \cong \triangle DCB$$



$$\angle A \cong \angle D$$

$$\angle B \cong \angle C$$

ضلع مشترك B.C

$$\triangle ABC \cong \triangle DCB \text{ AAS}$$

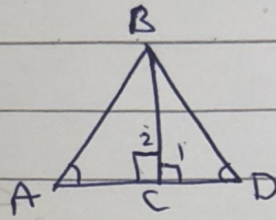
$$AB = DC$$

(7) $\angle A \cong \angle D$

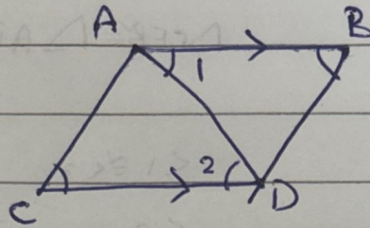
$\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$

BC

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$ AAS



(8)



$\angle B \cong \angle C$

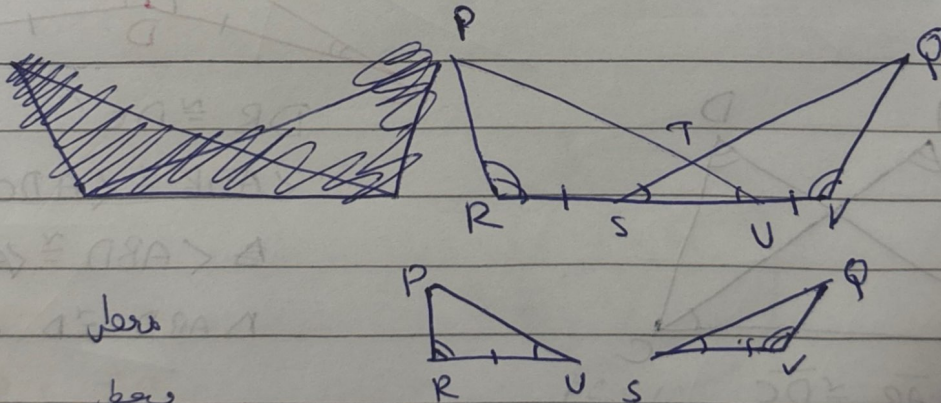
$\angle 1 = \angle 2$

AD

$\triangle ACD \cong \triangle DBA$ AAS

$AC \cong DB$

(13)



$\angle R \cong \angle V$

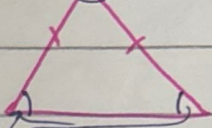
$\angle U \cong \angle S$

$RU \cong SV$

$\triangle PUR \cong \triangle QSV$ ASA

الدرس الثالث

زاوية الرأس

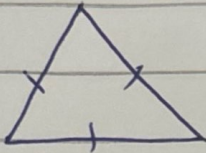


زاوية القاعدة

في مثلث متطابق الضلعين

الزوايا، القاعدة متطابقة

إذا تساوت زوايا القاعدة $\Rightarrow$ فإن المثلث متطابق الضلعين

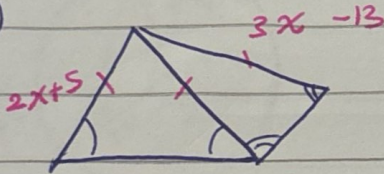


في مثلث متطابق للضلعين

الضلعين متطابقة

والزوايا متطابقة ومقياس كل منها 60°

(11)



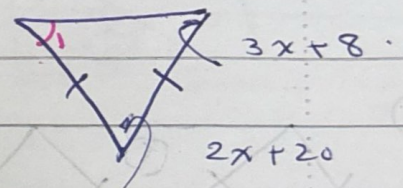
تساوت زوايا القاعدة $\Rightarrow$

المثلث متطابق الضلعين

$$2x+5 = 3x-13$$

$$x = 18$$

(12)



الزاوية $\angle = 3x+8$

القاعدة في مثلث متطابق الضلعين

$$3x+8 + 3x+8 + 2x+20 = 180$$

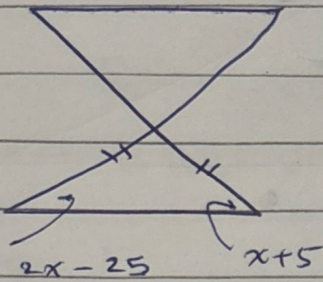
مجموع زوايا المثلث

$$8x + 36 = 180$$

$$8x = 144$$

$$x = 18$$

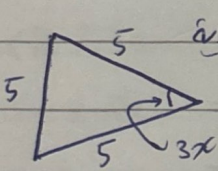
(13)



$$x+5 = 2x-25$$

$x = 30$ زوايا القاعدة في مثلث متطابق الضلعين

(14)

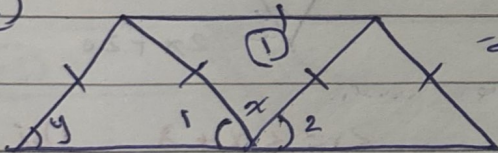


مثلث متطابق الاضلاع
جميع زوايا 60

$$\rightarrow 3x = 60$$

$$x = 20$$

(18)



المثلثات المتطابقة

مثلث 1 = تطابق الاضلاع

جميع زوايا 60

$$\Rightarrow x = 60$$

$\angle 1 = y$ زوايا القاعدة

في مثلث متطابق الضلعين

$\angle 2 = y$ تماثل

$$\angle 1 + x + \angle 2 = 180$$

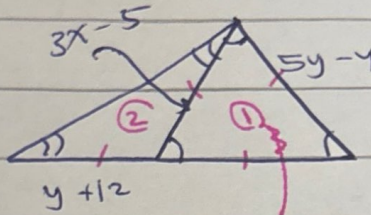
$$y + x + y = 180$$

$$2y + 60 = 180$$

$$\Rightarrow 2y = 120$$

$$y = 60$$

19



مسئله ① تطابق الزوايا $\Rightarrow$ ضلعتان متطابقتان
المستطابق

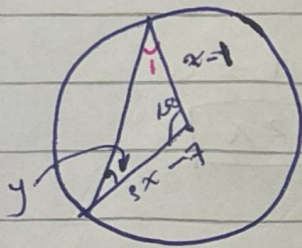
مسئله ② تطابق الزوايا المقابلة $\Rightarrow$ ضلعتان متطابقتان

متطابق الضلعين

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3x-5 &= 5y-4 & y+12 &= 5y-4 \\ 3x-5 &= 20-4 & 4y &= 16 \\ 3x-5 &= 16 & y &= 4 \end{aligned}$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$



$$x-1 = 3x-7 \Rightarrow \text{انصاف}$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$\Rightarrow$ ضلعتان متطابقتان الضلعين

$\Rightarrow$ زوايا المقابلة متساوية

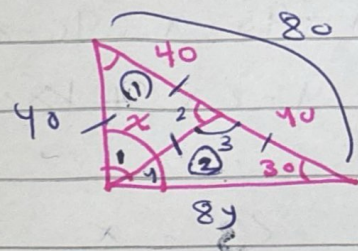
$$\angle 1 = y$$

$$y + \angle 1 + 150 = 180 \quad \text{تطابق الزوايا}$$

$$y + y = 30$$

$$2y = 30$$

$$y = 15$$



① تطابق الزوايا $\Rightarrow$ ضلعتان متطابقتان الضلعين

$$\angle 2 = \angle 1 = 60$$

$$\angle 3 = 180 - \angle 2 = 120$$

$$\angle 4 = 180 - (\angle 3 + 30)$$

$$= 180 - (120 + 30) = 30$$

مسئله ② ضلعتان متطابقتان الضلعين

$$x = \angle 1 + \angle 4 = 60 + 30 = 90$$

مربعاً خالصاً

$$(8y)^2 + 40^2 = 80^2$$

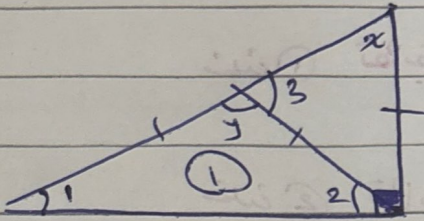
$$64y^2 + 1600 = 6400$$

$$-1600 \quad -1600$$

$$64y^2 = 4800$$

$$y^2 = 75 \quad y = \pm \sqrt{75}$$

$$y = 5\sqrt{3}$$



$$\angle 1 = 180 - (90 + x) \text{ زاوية باطنية}$$

$$\boxed{\angle 1 = 90 - x}$$

ملاحظة ① مثلث متساوية الساقين ← زاوية القاعدة متساوية

$$\angle 2 = \angle 1 = 90 - x$$

$$y + \angle 1 + \angle 2 = 180 \text{ زاوية باطنية}$$

$$y + 90 - x + 90 - x = 180$$

$$y - 2x + 180 = 180 \Leftrightarrow y - 2x = 0$$

$$\boxed{y = 2x}$$

$$\angle 3 = x \text{ زاوية لقاعدة}$$

في مثلث متساوية الساقين

$$\angle 3 + y = 180 \text{ زاوية باطنية}$$

داخلية

$$x + 2x = 180$$

$$3x = 180 \quad x = 60$$

$$\Rightarrow y = 2x = 120$$